Конкурсні задачі з фізики (частина 1 розв'язки)

Механіка (*кінематика)*

Задача 1

Розв'язання. При русі тіл назустріч одне одному віддаль s становить шлях, пройдений обома тілами разом за час t, тобто

$$s = vt + v_1 t = t(v + v_1). \qquad (1)$$

Оскільки одне з тіл має більшу швидкість, в другому випадку віддаль між нимн збільшується за час t_1 на величину s_1. Отже, можна записати

$$s_1 = vt_1 - v_1 t_1 = t_1 (v - v_1). \qquad (2)$$

Перепишемо рівняння (1) і (2) так:

$$\begin{cases} v + v_1 = \dfrac{s}{t}; \\ v - v_1 = \dfrac{s_1}{t_1}. \end{cases}$$

Додаючи праві ліві частини рівнянь, одержнмо:

$$2v = \frac{s}{t} + \frac{s_1}{t_1}.$$

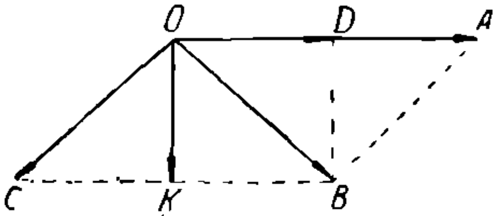
Підставивши числові значення, одержимо: $v = 1{,}1$ *м/сек.*
Так само знаходимо значення v_1:

$$2v_1 = \frac{s}{t} - \frac{s_1}{t_1}.$$

Після підстановки матимемо: $v_1 = 0{,}5$ *м/сек.*

Задача 2

Розв'язання. Будуємо паралелограм швидкостей $OABC$ (рис.) для другого випадку. Побудувати його можна лише наближено, бо маємо лише дані: OA 15 *м/сек* і кут між швидкістю поїзда OA і відносною швидкістю вітру OC. Діагональ OB і є абсолютною швидкістю вітру, яка поки що нам невідома.



Тепер будуємо паралелограм $OKBD$ для першого випадку, в якому OK напрямлена на південь; OD становить половину OA; діагональ OB — та ж сама.

Легко довести, що трикутник OAB рівнобедрений.

Отже, OB напрямлена на південний схід. Кут при вершині B цього трикутника прямий, тому за теоремою Піфагора $2v^2 = 15^2$, звідки $v \approx 10{,}6$ *м/сек.* Отже, вітер дме з північного заходу з швидкістю 10,6 *м/сек.*

Задача 3

Р о з в 'я з а н н я. Цю і подібні до неї задачі на рух тіла, кинутого вертикально вгору з початковою швидкістю v_0, можна розв'язувати двома способами. Перший спосіб полягає в розбиванні всього руху з моменту кидання тіла і до моменту його падіння на землю на два етапи: 1) рух тіла з моменту кидання і до досягнення максимальної висоти підйому $H_{макс}$; 2) падіння тіла з висоти $H_{макс}$ на землю. Проте часто зручніше користуватися другим способом розв'язання, розглядаючи рух кинутого вгору тіла як такий, що складається з рівномірного руху тіла вгору з швидкістю v_0 і вільного падіння тіла вниз. У першому русі тіло за час t проходить шлях s_1 напрямом вгору від землі $s_1 = v_0t$, а в другому русі за той же час t тіло проходить шлях s_2 напрямом униз до землі $s_2 = \frac{gt^2}{2}$. Отже, за час t тіло віддалиться від землі на відстань $s = s_1 - s_2$, або $s = v_0t - \frac{gt^2}{2}$.

Таким чином, якщо в законі шляху розглядати s не як пройдений тілом шлях за t *сек*, а як відстань тіла від землі в момент часу t після початку руху, то формула закону шляху описуватиме весь рух, починаючи з моменту, коли тіло кинуто вгору, і до моменту, коли воно впаде на землю. Те ж саме можна сказати і про закон швидкості $v_t = v_0 - gt$.

Цим способом і скористаємось для розв'язання даної задачі.

Перше тіло проходить за час t шлях

$$s_1 = v_0t - \frac{gt^2}{2}$$

і, отже, через t *сек* від початку руху його відстань від землі буде

$$H + s_1 = H + v_0t - \frac{gt^2}{2}.$$

Через t *сек* від початку руху друге тіло буде від землі на відстані

$$s_2 = v_0' t - \frac{gt^2}{2}.$$

Якщо t дорівнює тому проміжку часу, через який тіла зустрінуться, то

$H + s_1 = s_2$ або $H + v_0t - \frac{gt^2}{2} = v_0' t - \frac{gt^2}{2}$, звідки знаходимо час t:

$$t = \frac{H}{v_0' - v_0}.$$

Задача 4

Р о з в 'я з а н н я. Нехай перша куля пролетіла l *м* за

$$t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g}}\ сек,$$

а друга куля падала t_2 *сек*. Тоді час падіння першої

$$t = t_2 + \sqrt{\frac{2l}{g}}.$$

Шлях, пройдений тілами, становить

$$H - h = \frac{1}{2} g t_2^2 \text{ і } H = \frac{1}{2} g \left(t_2 + \sqrt{\frac{2l}{g}}\right)^2$$

Визначимо з першого рівняння $t_2 = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$ підставимо в друге:

$$H = \frac{1}{2} g \left(\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} + \sqrt{\frac{2l}{g}}\right)^2 = (\sqrt{H-h} + \sqrt{l})^2$$

$$\text{або } h - l = 2\sqrt{l(H-h)}.$$

Піднесемо обидві частини рівності до квадрата і одержимо

$$H = \frac{(l+h)^2}{4l}.$$

Задача 5

Розв'язання. Найбільша висота польоту м'яча повинна дорівнювати висоті залу:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi}{2g}.$$

Звідси

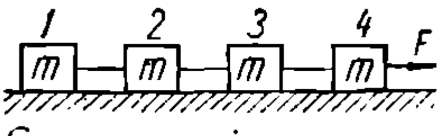
$$\sin \varphi = \frac{1}{v_0} \sqrt{2gH} \approx 0{,}6261, \text{ а } \varphi \approx 38°40'.$$

Тепер можна обчислити найбільшу далекість польоту м'яча:

$$s = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g} \approx 40 \text{ м}.$$

Динаміка поступального руху

Задача 6



Розв'язання. Позначимо через $f_{3,4}$, $f_{2,3}$ і $f_{1,2}$ сили натягу нитки відповідно між тілами 3 і 4, 2 і 3 і 1 і 2. Складемо рівняння руху для кожного з тіл системи, користуючись другим законом Ньютона. На четверте тіло системи діють лише дві сили: зовнішня F і сила натягу нитки $f_{3,4}$. Оскільки рух системи є наслідком прикладання зовнішньої сили F, то прискорення, якого набуває система, повинно бути напрямлене однаково з силою F. Отже, рівняння руху четвертого тіла матиме вигляд

$$F - f_{3,4} = ma.$$

На третє тіло діють сили натягу ниток $f_{3,4}$ і $f_{2,3}$, тому рівняння руху для цього тіла матиме вигляд

$$f_{3,4} - f_{3,2} = ma.$$

На друге тіло діють сили натягу ниток $f_{3,2}$ і $f_{1,2}$, тому рівняння руху буде

$$f_{3,2} - f_{1,2} = ma.$$

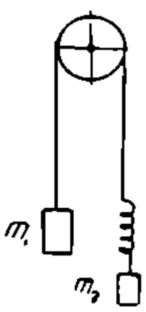
Нарешті, на перше тіло діє лише одна сила натягу нитки $f_{1,2}$ і рівняння його руху матиме вигляд

$$f_{1,2} = ma.$$

Ми дістали систему чотирьох рівнянь з чотирма невідомими a, $f_{1,2}$, $f_{2,3}$, $f_{3,4}$. Розв'язуючи цю систему, дістанемо:

$$a = \frac{F}{4m}; \quad f_{1,2} = \frac{1}{4} F; \quad f_{2,3} = \frac{1}{2} F; \quad f_{3,4} = \frac{3}{4} F.$$

Задача 7



Розв'язання. При розв'язуванні деяких задач прискорення системи можна визначити зразу, знаючи результуючу діючих сил і масу системи. Так, за умовою цієї задачі дана система знаходиться під дією постійної сили $F = (m_1 - m_2) g$, а тому рухається рівноприскорено. За другим законом динаміки $F = ma$, де $m = m_1 + m_2$ — маса системи. Звідси

$$a = \frac{F}{m} = \frac{(m_1 - m_2) g}{m_1 + m_2}.$$

Після підстановки числових даних

$$a = \frac{1}{4} g.$$

Коли б дана пружина була підвішена нерухомо, то вона розтягалася б силою $P_2 = m_2 g$. Якщо пружина разом з підвішеним до неї тягарем почне рухатися з прискоренням $a = \frac{1}{4} g$, то пружину розтягатиме ще додаткова сила F що надає масі m_2 прискорення a. Отже,

$$F' = m_2 \quad \frac{1}{4} g.$$

Результуюча сила розтягу

$$F = P_2 + F' = m_2 g + \frac{1}{4} m_2 g = \frac{5}{4} m_2 g.$$

Після підстановки значень одержимо

$$F = \frac{5}{4} \quad 0{,}03 \text{ кг} \quad 9{,}8 \text{ м/сек}^2 \approx 0{,}37 \text{ н}.$$

Задача 8

Р о з в'я з а н н я. Оскільки відносно підлоги кошеня нерухоме, то діючі на нього сили взаємно зрівноважуються: з боку жердини на кошеня діє напрямлена вгору сила F, яка дорівнює вазі кошеняти mg.

У відповідності з третім законом Ньютона на жердину діє сила F', яка дорівнює F, але напрямлена вниз. Тому другий закон Ньютона для руху жердини запишеться так:

$$Mg + mg = Ma,$$

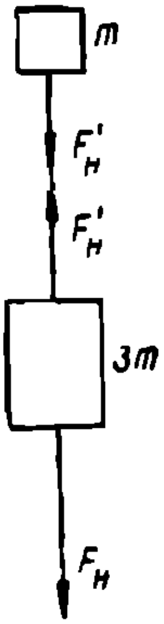
де a — прискорення жердини.

Звідси

$$a = \frac{m + M}{M} g.$$

Задача 9

Р о з в я з а н н я. Запишемо другий закон механіки для нижнього тягаря :



$$F_н - F_н' + 3mg = 3ma;$$

для верхнього тягаря

$$F_н' + mg = ma.$$

Оскільки за умовою задачі $a = 2g$, то

$$F_н - F_н' + 3mg = 6mg \text{ і } F_н' + mg = 2mg.$$

Розв'язавши цю систему, знайдемо

$$\frac{F_н}{F_н'} = 4.$$

Задача 10

Р о з в ' я з а н н я. Помилка в міркуваннях полягає в припущенні, що сила F передається через брусок A і, отже, прикладена також до бруска B. Тому правильніше припустити, що з боку бруска A на брусок B діє якась довільна сила F_1. В цьому випадку на брусок B діє результуюча сила F_1, а на брусок A — сила $F - F_1$. Тоді за другим законом динаміки

$$F - F_1 = m_1 a \text{ і } F_1 = m_2 a, \text{ звідки } F = (m_1 + m_2)\, a;$$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} \text{ і } F_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F.$$

Закон всесвітнього тяжіння

Задача 11

Р о з в'я з а н н я. Доцентровою силою, яка змушує Місяць рухатися навколо Землі по коловій орбіті з лінійною швидкістю $v = \frac{2\pi R}{T}$, служить сила притягання Місяця Землею, яка дорівнює $\gamma \frac{m_З m_М}{R^2}$.

Отже, можна записати

$$\frac{4\pi^2 m_М R}{T^2} = \gamma \frac{m_З m_М}{R^2}$$

Використавши співвідношення

$$g_0 = \gamma \frac{m_З}{R_З^2} \left(P_0 = \gamma \frac{m m_З}{R_З^2} \text{ і } P_0 = m g_0; \text{ звідси } g_0 = \gamma \frac{m_З}{R_З^2} \right),$$

одержимо

$$\frac{4\pi^2 R}{T^2} = g_0 \frac{R_З^2}{R^2}, \text{ звідки } T = 2\pi \frac{R}{R_З} \sqrt{\frac{R}{g_0}},$$

або, підставивши числові значення, одержимо

$$T = 6{,}28 \frac{3{,}84 \quad 10^8}{6370 \quad 10^3} \sqrt{\frac{3{,}84 \quad 10^8}{9{,}83}} \text{ сек} \approx 27{,}4 \text{ доби.}$$

П р и м і т к а. Прискорення сили земного тяжіння беремо для полюсів, тому що поблизу полюсів вага тіла майже точно дорівнює силі його притягання до Землі.

Вага тіла, тобто сила, з якою тіла тиснуть на опору, визначається притяганням тіл до Землі, але вага менша сили притягання. Справа в тому, що частина сили притягання є доцентровою силою, яка обумовлює рух тіл по колу внаслідок обертання Землі.

Для полюсів доцентрова сила дорівнює нулеві тому практично вага тіл дорівнює силі їх притягання до Землі.

Задача 12

Р о з в' я з а н н я. Сила притягання супутника до Землі надає йому доцентрового прискорення. Тому

$$\gamma \frac{mM}{R^2} = \frac{mv^2}{R},$$

де $R = r + h$ — відстань між центрами Землі і супутника.

Після перетворень

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}, \text{ але } \gamma M = g r^2, \text{ тоді } v = r \sqrt{\frac{g}{R}} \approx 7300 \text{ м/сек.}$$

Задача 13

Р о з в'я з а н н я. Для ваги тіла масою m можна записати: на поверхні астероїда

$$mg_1 = \gamma \frac{m \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 \varrho}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

на поверхні Землі

$$mg = \gamma m \frac{\frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 \varrho}{\left(\frac{D}{2}\right)^2},$$

де ϱ — середня густина. Тоді

$$\frac{g_1}{g} = \frac{d}{D}, \text{ звідки } g_1 \approx g \frac{d}{D} \approx 2{,}3 \text{ см/сек}^2.$$

Задача 14

Р о з в'я з а н н я. Позначимо масу тіла через m, відстань від центра Землі через R_1, прискорення сили тяжіння на глибині h через g_1. Тоді вага тіла на глибині h буде $Q = mg_1$. З другого боку, $Q = F_1 = \gamma \frac{mM_1}{R_1^2}$, де M_1 — маса Землі в об'ємі кулі радіусом R_1 ($M_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3 \varrho$). Тоді

$$mg_1 = \gamma m \frac{4}{3} \pi R_1 \varrho.$$

На поверхні Землі вага тіла

$$P = mg = \gamma \frac{mM}{R^2} = \gamma m \frac{4}{3} \pi R \varrho.$$

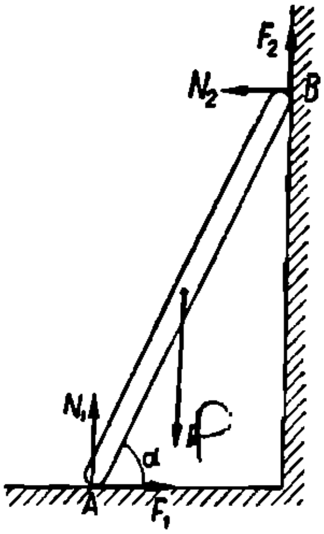
Тоді можна записати

$$\frac{g_1}{g} = \frac{R_1}{R} = \frac{R-h}{R}; \; g_1 = g\frac{R-h}{R} \text{ і } h = h\left(1 - \frac{g_1}{g}\right).$$

Якщо $\frac{g_1}{g} = 0{,}3$, то $h = 0{,}7\ R$.

Задача 15

Р о з в' я з а н н я. Зобразимо сили, що діють на щит. Запишемо рівняння, які визначають умову рівноваги щита. Сума моментів сил відносно точки A:



$$N_2 l \sin\alpha - P\frac{l}{2}\cos\alpha + F_2 l\cos\alpha = 0; \qquad (1)$$

сума горизонтальних складових сил

$$F_1 - N_2 = 0; \qquad (2)$$

сума вертикальних складових

$$N_1 - P + F_2 = 0. \qquad (3)$$

Але

$$F_1 = kN_1; \qquad (4)$$

$$F_2 = k_1 N_2. \qquad (5)$$

Поділимо всі члени рівняння (1) на $l \cos\alpha$ і розв'яжемо його відносно $\mathrm{tg}\,\alpha$:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\frac{1}{2}P - F_2}{N_2}.$$

Підставивши значення F_1 з (4) в рівняння (2), дістанемо $N_2 = kN_1$. Підставивши значення F_2 з (5) в рівняння (3), дістанемо

$$N_1 = P - k_1 N_2.$$

Розв'язавши останні два рівняння, дістанемо

$$N_1 = \frac{P}{1 + kk_1} \approx 416{,}7 \text{ н} \text{ і } N_2 = P\frac{k}{1 + kk_1} \approx 166{,}7 \text{ н}.$$

Тоді $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{1 - kk_1}{2k} = 1$, звідки $\alpha = 45°$

Задача 16

Р о з в'я з а н н я. Вага диска до вирізування отвору пропорціональна πR^2 і прикладена в центрі диска O. Вага вирізаної частини диска пропорціональна πr^2. Припустимо, що з диска вирізаний симетрично першому отвору такий самий другий (рис. 2). Тоді вага частини, що залишилася, пропорціональна $\pi(R^2 - 2r^2)$ і прикладена в точці O. Тепер положення центра ваги знайдемо як точку прикладання рівнодіючої сил, пропорціональних $\pi(R^2 - 2r^2)$ і πr^2 і прикладених в точках O і O_1.

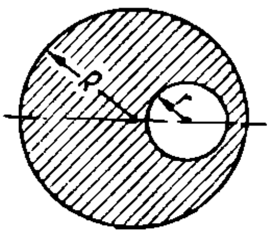


Рис. 1.

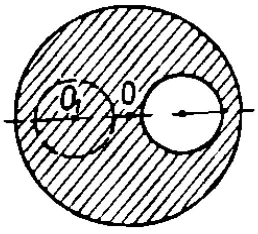


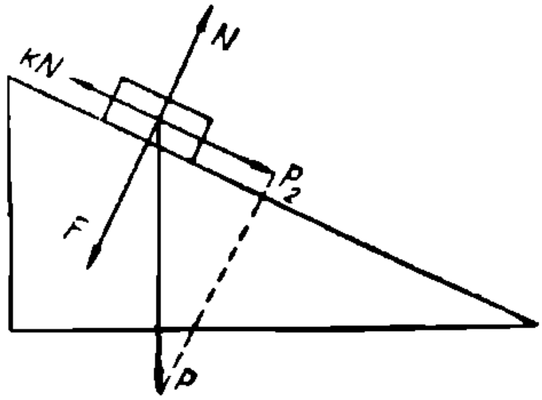
Рис. 2.

Нехай центр ваги знаходиться в точці B на відстані x від O. Тоді можна записати умову рівності моментів сил відносно точки B

$$\pi(R^2 - 2r^2)\,x = \pi r^2\left(\frac{1}{2}R - x\right), \text{ звідки } x = \frac{r^2 R}{2(R^2 - r^2)}.$$

Задача 17

Р о з в'я з а н н я. Брусок буде у рівновазі на похилій площині, якщо сила тертя $F_т = kN$ дорівнюватиме складовій сили ваги, напрямленій вздовж похилої площини.



$$P_2 = P\frac{h}{l} = F_т.$$

Сила нормального тиску

$$N = F + P\frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}.$$

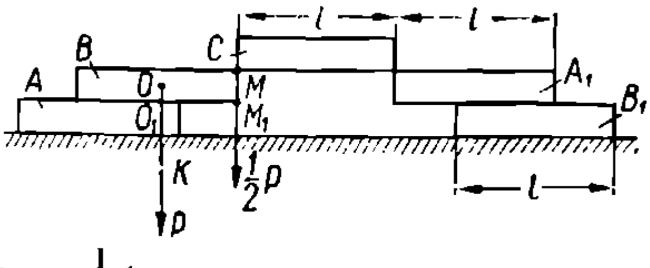
Підставивши значення N, P_2 і $F_т$ в умову рівноваги, одержимо:

$$k\left(F + P\frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}\right) = P\frac{h}{l},\ \text{звідки}\ F =$$

$$= \frac{P}{kl}\left(h - k\sqrt{l^2 - h^2}\right)$$

Задача 18

Р о з в'я з а н н я. Максимальній довжині «моста» відповідає таке положення бруска C, коли відстань його лівого кінця до центра ваги бруска B дорівнює $\frac{1}{2}l$. При цьому на брусок B в точці M діє сила, яка дорівнює половині ваги кожного з брусочків, а в точці O — вага бруска. Для того щоб брусок B не перевернувся, треба, щоб $P \cdot O_1K \geqslant \frac{1}{2} P \cdot KM_1$.



Враховуючи, що $O_1M_1 = \frac{1}{2}l$, умову рівноваги бруска B можна переписати так:

$$\frac{1}{2}l - KM_1 \geqslant \frac{1}{2}KM_1\ \text{або}\ KM_1 \leqslant \frac{1}{3}l.$$

Отже, максимальна довжина «моста», який можна побудувати з п'яти брусочків доміно, $3l + 2\cdot\frac{1}{3}l = 3\frac{2}{3}l$.

Робота та енергія

Задача 19

Р о з в' я з а н н я. Для цих трьох випадків руху автомобіля можна записати:

$$F_1 v_1 = F_2 v_2 = F_0 v_0.$$

Розглянемо, як можна визначити рушійну силу в кожному випадку. При русі автомобіля під гору рушійна сила

$$F_1 = mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha,$$

де k — коефіцієнт тертя; α — кут підйому дороги.

Очевидно, для руху автомобіля згори рушійну силу запишемо так:

$$F_2 = kmg \cos \alpha - mg \sin \alpha,$$

а прн русі по горизонтальному шляху

$$F_0 = kmg.$$

Отже, можна записати
$(mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha)\, v_1 = kmgv_0$ і $(kmg \cos \alpha - mg \sin \alpha)\, v_2 = kmgv_0$ або після спрощень

$$(\sin \alpha + k \cos \alpha)\, v_1 = kv_0;$$

$$(k \cos \alpha - \sin \alpha)\, v_2 = kv_0.$$

Звідси

$$v_0 = 2 \cos \alpha \frac{v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}.$$

Оскільки кут α підйому дуже малий, то $\cos \alpha \approx 1$ і $v_0 = 4{,}2$ *м/сек.*

Задача 20

Р о з в' я з а н н я. Виходимо з закону збереження і перетворення енергії, за яким набута вагоном кінетична енергія витрачається на виконання роботи проти сил опору на шляху s, а також на стискання буферних пружин. Отже, можемо записати

$$\frac{1}{2} mv^2 = kmgs + 2k'l^2.$$

Робота стискання однієї пружини

$$A_1 = \frac{1}{2} k'l \cdot l,$$

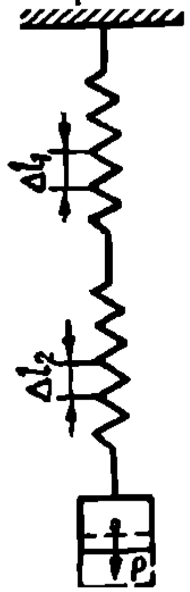
де $\frac{1}{2} k'l$ — середнє значення сили стискання. Звідси

$$s = \frac{mv^2 - 4k'l^2}{2kmg}.$$

Підставивши числові дані, одержимо $s \approx 100$ *м.*

Задача 21

Р о з в ' я з а н н я. Під дією тягаря P обидві пружини рис. розтягнуться відповідно на Δl_1 і Δl_2. Виконана тягарем робота по розтягуванню пружин за рахунок своєї потенціальної енергії йде на збільшення потенціальної енергії пружин. Робота, виконана тягарем по розтягуванню першої пружини,



$$A_1 = \frac{1}{2} P\Delta l_1 = E_{п1},$$

а робота по розтягуванню другої пружини

$$A_2 = \frac{1}{2} P\Delta l_2 = E_{п2}.$$

Величину розтягу можна визначити так:

$$\Delta l_1 = \frac{P}{k_1} \qquad \Delta l_2 = \frac{P}{k_2}, \text{ тоді } \frac{E_{п1}}{E_{п2}} = \frac{k_2}{k_1}$$

Задача 22

Р о з в ' я з а н н я. При русі поїзда з максимальною швидкістю сила тяги дорівнює силі тертя

$$F_т = kmg.$$

Тому можна записати

$$N = F_т v_м = kmgv_м, \text{ звідки } v_м = \frac{N}{kmg} \approx 18{,}3 \ м/сек.$$

При русі з меншою швидкістю сила тяги дорівнює сумі сили тертя і сили, що надає прискорення поїзду:

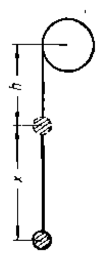
$$F_{тяги} = F_т + ma,$$

$$\text{отже, } N = (F_т + ma_1)v_1, \text{ звідки } a_1 = \frac{N}{mv_1} - kg \approx 0{,}176 \ м/сек^2.$$

$$\text{Аналогічно } a_2 = \frac{N}{mv_2} - kg \approx 0{,}026 \ м/сек^2.$$

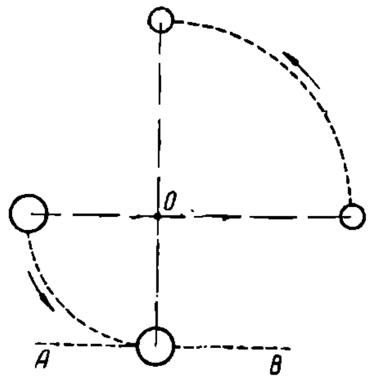
Задача 23

Р о з в'я з а н н я. За законом збереження енергії різниця потенціальних енергій тягаря в початковий і кінцевий моменти його руху дорівнює роботі, виконаній тягарем по витягуванню віроьвки, тобто



$$P(h + x) = xF, \text{ звідки } x = \frac{Ph}{F - P} = 15 \ м.$$

Задача 24



Р о з в ' я з а н н я. Умовимося потенціальну енергію відлічувати від рівня AB (рис.). Тоді закон збереження енергії запишеться так:

$$(m_1 + m_2) g l_1 = m_2 g (l_1 + l_2) + \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Оскільки обидва тягарі обертаються з однаковою кутовою швидкістю $\omega_1 = \omega_2$, то $\frac{v_1}{l_1} = \frac{v_2}{l_2}$ або $v_2 = v_1 \frac{l_2}{l_1}$. Підставивши це значення в попередню рівність, дістанемо

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g l_1^2 (m_1 l_1 - m_2 l_2)}{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2}} \approx 0{,}96 \text{ м/сек}.$$

Задача 25

Р о з в я з а н н я. Робота, виконана кулею при пробиванні дошки, дорівнює різниці кінетичних енергій кулі до пробивання і після пробивання дошки:

$$A = \frac{m v_1^2}{2} - \frac{m v_2^2}{2},$$

де m — маса кулі, v_2 — швидкість кулі після пробивання дошки.

Використовуючи формулу рівноприскореного руху $d = \frac{g t^2}{2}$, визначимо час польоту кулі між дошкою і щитом: $t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$. Швидкість кулі

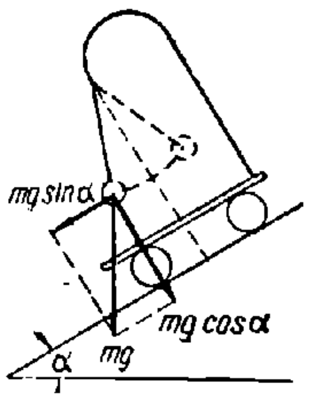
$$v_2 = \frac{s}{t} = \frac{s}{\sqrt{\frac{2d}{g}}}.$$

Підставивши одержане значення v_2 в формулу для визначення роботи, дістанемо

$$A = \frac{m v_1^2}{2} - \frac{m s^2 g}{2 \; 2d} = \frac{m}{2}\left(v_1^2 - \frac{s^2 g}{2d}\right) \approx 163{,}75 \text{ дж}.$$

Механічні коливання

Задача 26



Р о з в ' я з а н н я. Припустимо, що маятник коливається вздовж напряму руху візка.

а) При скочуванні візка з похилої площини маятник разом з візком рухається у відношенні Землі поступально і рівноприскорено і коливається відносно візка. Прискорення маятника (і візка) в поступальному русі обумовлюється складовою сили тяжіння

$$F_1 = mg \sin \alpha.$$

Ця складова сили тяжіння при даних у задачі умовах не може змінити положення маятника відносио візка, а отже, не може впливати на період коливань маятника. Коливання маятника відносно візка обумовлюються лише дією складової сили тяжіння $F_2 = mg\cos\alpha$, перпендикулярної до поверхні візка, тобто маятннк коливається так, ніби на нього діє сила тяжіння не mg, а $mg\cos\alpha$.

Прискореиня вільного падіния, що відповідало б такому значенню сили тяжіння, повинно становити $g_1 = g\cos\alpha$.

В зв'язку з цим період коливань маятника на візку, що скочується з похилої площини, дорівнюватиме

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}} = \frac{T}{\sqrt{\cos\alpha}} = T\sqrt[4]{2} \approx 0{,}6 \textit{ сек.}$$

б) В цьому випадку на маятник діє перпендикулярна до поверхні шляху сила $F = mg$ і період коливань маятника становитиме 0,5 *сек.*

Задача 27

Р о з в'я з а н н я. Довжину підвісу маятника визначимо з формули

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}}, \text{ звідки } l = \frac{g_1 T^2}{4\pi^2},$$

де g_1 — прискорення вільного падіння на поверхні планети.

Запишемо вираз для прискорення вільного падіння на поверхні Землі

$$g = \gamma\frac{M_З}{R^2} = \frac{4}{3}\pi\gamma R\varrho$$

і на поверхні планети

$$g_1 = \gamma\frac{M_п}{R_1^2} = \frac{4}{3}\pi\gamma R_1\varrho,$$

де R і R_1 — відповідно радіуси Землі і планети, ϱ — густина, однакова для Землі і планети. Враховуючи, що

$$R_1 = \frac{R}{2}, \text{ маємо } g_1 = \frac{1}{2}g.$$

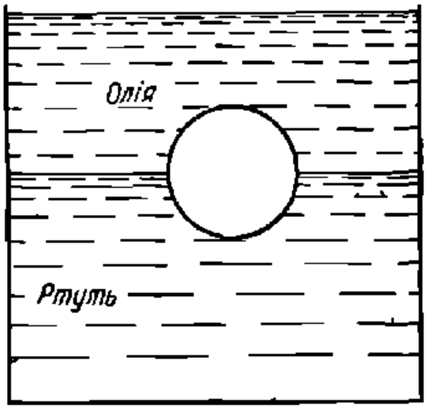
Тепер $l = \frac{gT^2}{8\pi^2}$ або, підставивши числові дані, маємо $l \approx 50$ *м.*

Задача 28

Р о з в'я з а н н я. Секундним називається маятник, у якого півперіод коливання дорівнює 1 *сек*, тобто період T такого маятника становить 2 *сек.*

З формули $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ визначаємо $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \approx 9{,}81$ *м/сек*^{2}.

Задача 29



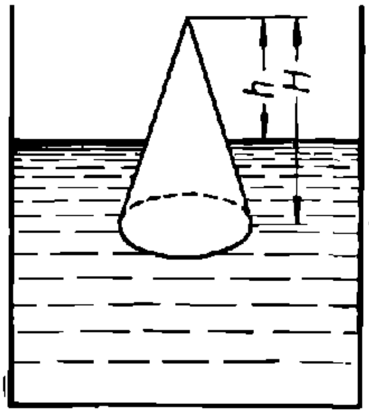
Р о з в ' я з а н н я. За умовою плавання тіл, вага кулі дорівнює вазі витіснених рідин

$$\varrho_к g V_к = \varrho_1 g \frac{V_к}{2} + \varrho_2 g \frac{V_к}{2};$$

$$\varrho_к = \frac{\varrho_1 + \varrho_2}{2} = 7250 \ кг/м^3.$$

Задача 30

Р о з в'я з а н н я. Нехай V — об'єм конуса, V_1 — об'єм зануреної частини, ϱ — густина речовини конуса, ϱ_1 — густина рідини. Якщо конус плаває в рівновазі, то



$$V\varrho g = V_1 \varrho_1 g, \text{ звідки } \frac{V}{V_1} = \frac{\varrho_1}{\varrho}.$$

Але $\frac{V}{V_1} = \frac{H^3}{h^3}$ (рис.), звідки $\frac{\varrho_1}{\varrho} = \frac{H^3}{h^3}$.

Враховуючи, що $h = \frac{1}{2} H$, дістанемо $\varrho_1 = 8\,\varrho$.